38. Решение дифференциальных уравнений 1 порядка. Метод Эйлера

Если задачу об отыскании всех решений дифференциального уравнения удается свести к конечному числу алгебраических операций, операций интегрирования и дифференцирования известных функций, то говорят, что уравнение *интегрируется в квадратурах*. В приложениях крайне редко встречаются уравнения, интегрируемые в квадратурах. Поэтому для исследования дифференциальных уравнений широко используются приближенные, численные методы их решения.

Численное решение на отрезке задачи Коши  
состоит в построении таблицы приближенных значений  
решения в узлах сетки

Если *,* то сетка называется *равномерной.*

Численный метод решения задачи Коши называется одношаговым, если для вычисления решения в точке   
используется информация о решении только в точке *x*0.

Простейший одношаговый метод численного решения задачи Коши – метод Эйлера. В методе Эйлера величины вычисляются по формуле , которая получается заменой производной в исходной задаче на разностный аналог .

Явный метод Эйлера имеет первый порядок сходимости и является условно устойчивым. Определим размер шага, рассмотрев тестовое уравнение . Тогда решение ограниченно, если . Для явного метода Эйлера или при многократном применении требуется, чтобы коэффициент был ограничен . Поэтому неявный метод Эйлера устойчив (условно), если , , , но т.к. шаг всегда положителен, то .